LIBRIS | We know books

Dan ZAHARIA
Maria ZAHARIA
Sorin PELIGRAD

matematică

aritmetică
algebră
geometrie

clasa a V-a

partea I

ediția a XI-a



mate 2000 – consolidare

Cuprins

LIBRIS | We know books

RECAPITULARE ŞI EVALUARE INIŢIALĂ 5
1. Exerciţii şi probleme recapitulative 5
2. Modele de teste pentru evaluarea iniţială 10

Capitolul I. NUMERE NATURALE 14
Introducere 14
1. Scrierea şi citirea numerelor naturale 15
2. Reprezentarea numerelor naturale pe axa numerelor. Compararea şi ordonarea numerelor naturale; estimări, aproximări 20
3. Recapitulare şi sistematizare prin teste 25
Test de autoevaluare 27
Operaţii cu numere naturale 29
1. Adunarea numerelor naturale; proprietăţi 29
2. Scăderea numerelor naturale 33
3. Probleme care se rezolvă cu ajutorul operaţiilor de adunare şi scădere 36
4. Recapitulare şi sistematizare prin teste 39
Test de autoevaluare 43
5. Înmulţirea numerelor naturale; proprietăţi. Factor comun 45
6. Împărţirea numerelor naturale 48
7. Teorema împărţirii cu rest. Reguli de calcul 53
8. Ordinea efectuării operaţiilor şi folosirea parantezelor 57
9. Recapitulare şi sistematizare prin teste 60
Test de autoevaluare 63
10. Puteri cu exponent natural ale unui număr natural 65
11. Compararea şi ordonarea puterilor. Reguli de comparare 68
12. Pătratul şi cubul unui număr natural. Pătrate perfecte 70
13. Operaţii cu puteri 72
14. Scrierea în baza 10. Scrierea în baza 2 76
15. Recapitulare şi sistematizare prin teste 80
Test de autoevaluare 83
16. Metode aritmetice de rezolvare a problemelor 85
Metoda figurativă 85
Metoda reducerii la unitate 85
Metoda comparaţiei 86
Metoda falsei ipoteze 86
Metoda mersului invers 86
17. Media aritmetică a două numere naturale cu rezultat număr natural 89
18. Recapitulare şi sistematizare prin teste 91
Test de autoevaluare 93
Divizibilitatea numerelor naturale 95
1. Divizor. Multiplu. Divizor comun. Multiplu comun 95
2. Aplicaţii ale divizibilităţii (Numere pare şi numere impare) 98
3. Criterii de divizibilitate 100
4. Recapitulare şi sistematizare prin teste 102
Test de autoevaluare 105

Capitolul II. FRACŢII ORDINARE. FRACŢII ZECIMALE 107
1. Fracţii ordinare; reprezentarea fracţiilor prin desene 108
2. Fracţii subunitare, echiunitare şi supraunitare. Introducerea şi scoaterea întregilor dintr-o fracţie 110
3. Aflarea unei fracţii dintr-un număr natural. Procent 114
4. Fracţii echivalente 117
5. Amplificarea şi simplificarea fracţiilor. Fracţii ireductibile 119
6. Reprezentarea pe axa numerelor a unei fracţii ordinare 121
7. Adunarea şi scăderea fracţiilor 123
8. Înmulţirea fracţiilor 127
9. Împărţirea fracţiilor 131
10. Puteri 134
11. Recapitulare şi sistematizare prin teste 139
Test de autoevaluare 143
12. Probleme de matematică aplicată în viaţa cotidiană 145
TESTE RECAPITULATIVE 147
PROBLEME DATE LA CONCURSURI ŞCOLARE 156
INDICAŢII ŞI RĂSPUNSURI 160

Capitolul I

Numere naturale

LIBRIS Wekno books

Introducere

PP Competenţe specifice
Exemple de activităţi de învăţare

1.1. Identificarea numerelor naturale în contexte variate

- Scrierea şi citirea numerelor naturale în sistemul de numeraţie zecimal
- Identificarea unor numere naturale într-o diagramă, într-un grafic sau într-un tabel care conţin date referitoare la o situaţie practică
- Identificarea unui număr natural pe baza unor condiţii impuse cifrelor sale
- Identificarea unei metode aritmetice adecvate pentru rezolvarea unei probleme date

2.1. Efectuarea de calcule cu numere naturale folosind operaţiile aritmetice şi proprietăţile acestora

- Efectuarea operaţiilor aritmetice cu numere naturale
- Efectuarea de calcule utilizând factorul comun
- Efectuarea operaţiilor cu puteri utilizând regulile de calcul specifice
- Reprezentarea datelor dintr-o problemă, în vederea aplicării unei metode aritmetice adecvate

3.1. Utilizarea regulilor de calcul pentru efectuarea operaţiilor cu numere naturale şi pentru divizibilitate

- Utilizarea algoritmului împărţirii, cu restul egal sau diferit de zero, în cazul în care deîmpărţitul şi împărţitorul au una sau mai multe cifre
- Aproximarea/estimarea rezultatelor obţinute prin utilizarea algoritmului împărţirii
- Calcularea unor expresii numerice care conţin paranteze (rotunde, pătrate şi acolade), cu respectarea ordinii efectuării operaţiilor
- Aplicarea metodelor aritmetice pentru rezolvarea unor probleme cu numere naturale
- Determinarea unui număr natural pe baza unor condiţii impuse cifrelor sale (de exemplu, determinaţi numerele de forma $\overline{a2b5}$, ştiind că produsul cifrelor sale este 120)

4.1. Exprimarea în limbaj matematic a unor proprietăţi referitoare la comparări, aproximări, estimări şi ale operaţiilor cu numere naturale

- Reprezentarea pe axa numerelor a unui număr natural, utilizând compararea şi ordonarea numerelor naturale
- Justificarea estimărilor rezultatelor unor calcule cu numere naturale
- Justificarea scrierii unui număr natural dat sub formă de putere cu baza sau exponentul indicat
- Exprimarea unor numere naturale de două cifre ca produs de numere prime

5.1. Analizarea unor situaţii date în care intervin numere naturale pentru a estima sau pentru a verifica validitatea unor calcule

- Evidenţierea avantajelor folosirii proprietăţilor operaţiilor cu numere naturale în diferite contexte
- Analizarea faptului că un număr este sau nu pătratul unui număr natural (utilizând ultima cifră, încadrarea între pătratele a două numere naturale consecutive)
- Determinarea unor numere naturale care respectă anumite condiţii (de exemplu, determinaţi numerele prime a şi b, ştiind că $3a + 2b = 16$)
- Compararea a două numere naturale scrise sub formă de puteri folosind aducerea la aceeaşi bază sau la acelaşi exponent
- Aplicarea criteriilor de divizibilitate a numerelor naturale pentru situaţii cotidiene
- Estimarea ordinului de mărime a numerelor de forma 2^n, pornind de la probleme practice (de exemplu, foi de hârtie îndoite consecutiv, povestea tablei de şah)
- Realizarea unor estimări utilizând procente (de exemplu, cunoscând numărul elevilor de gimnaziu dintr-un oraş şi faptul că aproximativ 2% dintre aceştia studiază un instrument muzical, estimaţi numărul de elevi de gimnaziu care studiază un instrument muzical)
- Stabilirea valorii de adevăr a unui enunţ matematic cu numere naturale, folosind metode aritmetice

PE-PP

1. Scrierea şi citirea numerelor naturale

Numerele se scriu cu ajutorul unor simboluri (semne grafice).

Exemplu: Pentru numărul 10 egiptenii au folosit simbolul „∩”, babilonienii au folosit simbolul „<”, iar romanii au folosit simbolul „X”.

După felul de ordonare şi de grupare a simbolurilor folosite, se poate vorbi de două **moduri de scriere a numerelor:**

- scrierea **nepoziţională** (de exemplu, scrierea cu simboluri romane);
- scrierea **poziţională** (de exemplu, scrierea cu simboluri arabe).

Scrierea numerelor folosită în clasele I-IV este o scriere poziţională, care foloseşte **zece simboluri**, numite **cifre arabe**. Acestea sunt: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.

În scrierea unui număr, cifrele se pot repeta sau nu. Acest mod de scriere a unui număr natural se numeşte **scriere în baza zece** sau **scriere în sistemul zecimal**, pentru că zece unităţi de un anumit ordin formează o unitate de ordin imediat mai mare (superior).

În acest sistem de numeraţie, 10 **unităţi** formează o grupă numită **zece**; 10 grupe de 10 formează o nouă grupă numită **sută**; 10 grupe de o sută formează o nouă grupă numită **mie** etc.

Scrierea în baza 10 este o **scriere poziţională**: fiecare cifră are o anumită **valoare** după locul (poziţia) unde este scrisă.

Exemplu: În scrierea numărului 123 437 653, cifra 3 apare de trei ori şi, de la dreapta la stânga, ea are următoarele valori: **3 unităţi, 3 zeci de mii** şi **3 milioane**.

UBRIS | We know books

Observație: Numerația în baza 10 se pare că a fost inventată de indieni și preluată de europeni datorită arabilor. Originea numerației în baza 10 este foarte probabil să fie cele 10 degete de la cele două mâini ale omului.

Un număr natural oarecare de două cifre se reprezintă prin scrierea $\overline{ab}$, unde a și b desemnează cifre (nu neapărat diferite) și $a \neq 0$. Adică:

$$\overline{ab} = a \cdot 10 + b.$$

Exemple: $17 = 1 \cdot 10 + 7$; $53 = 5 \cdot 10 + 3$; $77 = 7 \cdot 10 + 7$.

Un număr natural oarecare de trei cifre se reprezintă prin scrierea $\overline{abc}$, unde a, b și c desemnează cifre (nu neapărat diferite) și $a \neq 0$ și așa mai departe.

$$\overline{abc} = a \cdot 100 + b \cdot 10 + c.$$

Exemple: $357 = 3 \cdot 100 + 5 \cdot 10 + 7$; $629 = 6 \cdot 100 + 2 \cdot 10 + 9$; $888 = 8 \cdot 100 + 8 \cdot 10 + 8$.

Numerele naturale scrise în ordinea: 0, 1, 2, ..., 9, 10, 11, ... formează șirul numerelor naturale.

Dacă n este un număr natural oarecare, atunci $n - 1$ este **predecesorul** său, $n + 1$ este **succesorul** său, iar numerele $n - 1$ și n, respectiv n și $n + 1$ se numesc **numere consecutive**.

Pentru a citi un număr natural, scris în baza 10, se grupează cifrele câte trei, de la dreapta la stânga. Aceste grupe sunt numite **clase**. Fiecare clasă se compune din **unități, zeci și sute.** La citirea numerelor în baza 10 se poate folosi schema:

sute	zeci	unități	sute	zeci	unități	sute	zeci	unități	sute	zeci	unități
clasa miliardelor			**clasa milioanelor**			**clasa miilor**			**clasa unităților**		

Exemplu:

Citiți numerele: a) 2 043 571; b) 4 001 307 156; c) 157 000 429 000.

Rezolvare: Se grupează cifrele numărului, de la dreapta la stânga, conform schemei de mai sus și se citește:

a) două milioane patruzeci și trei de mii cinci sute șaptezeci și unu;

b) patru miliarde un milion trei sute șapte mii o sută cincizeci și șase;

c) o sută cincizeci și șapte de miliarde patru sute douăzeci și nouă de mii.

Observații: Romanii foloseau pentru scrierea numerelor naturale următoarele simboluri: I, V, X, L, C, D, M, numite **cifre romane**.

Valorile cifrelor romane sunt: I are valoarea cifrei 1, V are valoarea cifrei 5, X are valoarea numărului 10, L are valoarea numărului 50, C are valoarea numărului 100, D are valoarea numărului 500 și M are valoarea numărului 1 000.

Sistemul de scriere folosit de romani nu era nici zecimal, nici pozițional.

La citirea și scrierea numerelor cu ajutorul cifrelor romane trebuie să ținem cont de următoarele reguli:

1. O cifră cu o valoare **mai mică sau egală** scrisă la dreapta uneia cu o valoare mai mare indică o sumă.

Exemple: XII = 10 + 1 + 1 = 12;
XXV = 10 + 10 + 5 = 25;
MDL = 1 000 + 500 + 50 = 1 550.

LIBRIS we know books

2. O cifră cu o valoare **mai mică** scrisă la stânga uneia cu o valoare mai mare indică o diferență.

Exemple: IX = 10 – 1 = 9; XL = 50 – 10 = 40; XC = 100 – 10 = 90;
CD = 500 – 100 = 400; CM = 1 000 – 100 = 900.

3. Cifrele I, X, C, M pot fi scrise consecutiv de cel mult trei ori.

4. Nu se pot repeta consecutiv cifrele V, L, D și nu se pot scădea.

5. Orice cifră (sau grup de cifre) care are o linie deasupra este multiplicată de 1 000 de ori.

Exemple: $\overline{X}$ reprezintă 10 000; $\overline{L}$ reprezintă 50 000; $\overline{XC}$ reprezintă 90 000.

6. Pentru a scrie numere cu cifre romane se poate face divizarea numărului în mii, sute, zeci și unități.

Exemple: 24 = 20 + 4 și 20 = XX, 4 = IV, iar numărul se scrie 24 = XXIV;
342 = 300 + 40 + 2 și 300 = CCC, 40 = XL, 2 = II, iar numărul se scrie 342 = CCCXLII;
1 957 = 1 000 + 900 + 50 + 7 și avem 1 000 = M, 900 = CM, 50 = L, 7 = = VII, iar numărul se scrie 1 957 = MCMLVII.

activități de învățare

PE Înțelegere *

1. Scrieți în baza 10, cu cifre arabe, numerele:
a) două sute trei; b) șapte sute patruzeci;
c) nouă mii nouă; d) cincizeci și șapte de mii patru sute;
e) trei miliarde patru sute; f) douăzeci și două de miliarde treizeci.

2. Citiți următoarele numere naturale:
a) 301; 15 070; 301 007; 2 000 510; 370 501 407;
b) 149 803; 40 731; 450 031 024; 204 030.

3. Scrieți cu ajutorul cifrelor următoarele numere:
a) o mie opt; b) unsprezece mii șaptezeci și opt;
c) două sute trei mii șase sute unu; d) un milion șaizeci și două de mii trei sute cinci.

4. a) Care este cel mai mic număr natural de trei cifre care are cifra zecilor 7?
b) Care este cel mai mare număr natural de patru cifre distincte care are cifra sutelor 6?
c) Care este cel mai mic număr natural de patru cifre care are cifra sutelor 6?

5. Scrieți toate numerele naturale:
a) mai mici decât 8;
b) mai mici sau cel mult egale cu 12;
c) mai mari decât 5 și mai mici decât 15;
d) mai mari sau cel puțin egale cu 3 și mai mici sau cel mult egale cu 17.

6. Scrieți următoarele numere descompuse în baza 10:
a) 127; b) 2 137; c) 53; d) 27 385;
e) 705; f) 230; g) 20 035; h) 705 102.

7. Fie a, b, c, d cifre în sistemul zecimal. Scrieți următoarele numere descompuse în baza 10:

a) $\overline{abc}$; b) $\overline{ab}$; c) $\overline{abcd}$; d) $\overline{aab}$;

e) $\overline{aaaa}$; f) $\overline{a0b}$; g) $\overline{ab0cd}$; h) $\overline{aab0c0}$.

LIBRIS We know books

8. Scrieți pozițional, în baza 10, următoarele sume:

a) $3 \cdot 10 + 7 \cdot 1$; b) $5 \cdot 100 + 2 \cdot 10 + 3$;

c) $5 \cdot 1\,000 + 2 \cdot 100 + 7 \cdot 10 + 1$; d) $4 \cdot 10\,000 + 5 \cdot 100 + 2 \cdot 10$.

9. Fără a efectua calculele, scrieți următoarele numere ca numere naturale în sistemul zecimal:

a) $2 \cdot 1\,000 + 5 \cdot 100 + 7 \cdot 10 + 1$;

b) $3 \cdot 10\,000 + 5 \cdot 1\,000 + 7 \cdot 100 + 5 \cdot 10 + 3$;

c) $3 \cdot 10\,000\,000 + 5 \cdot 100\,000 + 3 \cdot 10\,000 + 5 \cdot 10 + 7$.

10. Se știe că a, b, c, d sunt cifre în sistemul zecimal. Scrieți următoarele numere ca numere în sistemul zecimal:

a) $a \cdot 100 + b \cdot 10 + c$; b) $a \cdot 1\,000 + b \cdot 100 + c \cdot 10 + d$;

c) $100a + 10a + a$; d) $1\,000a + 10b + c$;

e) $10\,000a + 1\,000b + 100a + 10b + c$; f) $1\,000a + 100b$;

g) $1\,000a + 10b + c$.

11. Scrieți cu ajutorul literelor un număr natural:

a) de patru cifre astfel încât primele două cifre sunt identice;

b) de patru cifre cu cifra sutelor 7 și cifra zecilor 2.

12. Scrieți cu cifre romane numerele: 37, 42, 735, 1 992, 2 001, 3 757.

13. Scrieți cu cifre arabe numerele: CIV; CDLXXV; CMXXXVIII; MCMXCVIII.

14. Citiți numerele: XXVII, XLVI, XIV, XXII, LX, MCM, CIX, DCXX, MCMIV, XLVIII, $\overline{\text{X}}$, $\overline{\text{XC}}$, $\overline{\text{L}}$, $\overline{\text{XL}}$, $\overline{\text{XCV}}$.

15. Scrieți cu cifre romane următoarele numere scrise cu cifre arabe:

a) 37; b) 145; c) 2 769; d) 957; e) 2 000.

16. Scrieți cu cifre arabe următoarele numere scrise cu cifre romane:

a) XIV; b) XXVII; c) MDCCLXXXVI; d) MCMLX.

PE Aplicare și exersare **

17. Scrieți toate numerele de trei cifre distincte ce se pot forma utilizând cifrele:

a) 1, 7, 4; b) 5, 0, 9.

18. Aflați cel mai mic număr natural în fiecare dintre situațiile:

a) este de forma $\overline{abc}$; b) este de forma $\overline{abc}$ și $a \neq b \neq c \neq a$;

c) este de forma $\overline{aab}$; d) este de forma $\overline{aa1bc}$ și $a \neq b \neq c \neq a$.

19. Aflați cel mai mare număr natural în fiecare dintre situațiile:

a) este de forma $\overline{aa}$; b) este de forma $\overline{abc}$;

c) este de forma $\overline{abc}$ și $a \neq b \neq c \neq a$; d) este de forma $\overline{a9bb}$ și $a \neq b$.

20. Aflați cel mai mic și cel mai mare număr natural de forma $\overline{a1bb}$ cu $a \neq b \neq 1$.

21. Scrieți numerele naturale de forma $\overline{xy56}$ pentru care $x + y = 5$, $x \neq y$.

22. Scrieţi toate numerele naturale de forma $\overline{xyzt}$ în care x, y, z, t sunt:

a) numere consecutive cu $x < y < z < t$;

b) numere consecutive cu $x > y > z > t$.

IBRIS | We know books

23. Determinaţi numărul natural de forma $\overline{ab}$ scris în baza 10 pentru care $\overline{ab} = 5a + 3b$.

24. Fie $\overline{abc}$ un număr natural de trei cifre, unde a, b, c sunt cifre impare consecutive.

a) Scrieţi cel mai mic număr de această formă.

b) Scrieţi cel mai mare număr de această formă.

25. Scrieţi toate numerele naturale de trei cifre, formate cu cifre consecutive; ordonaţi-le crescător.

26. a) Scrieţi numerele naturale de două cifre distincte ce se pot forma cu cifrele 0, 2 şi 7.

b) Scrieţi numerele naturale de două cifre ce se pot forma cu cifrele 1, 4 şi 9.

27. Determinaţi toate numerele naturale scrise în baza 10, ştiind că:

a) $\overline{ab} = \overline{ba}$;

b) $\overline{ab7} = \overline{b7a}$.

28. Determinaţi x, ştiind că:

a) $\overline{2x3} + 154 = 377$;

b) $\overline{1x7} \cdot 7 = 1\,029$.

29. Aflaţi cifra a, ştiind că: $\overline{aa} + a = 72$.

30. Aflaţi cifra a din sistemul zecimal care verifică egalitatea $\overline{aaa} + \overline{aa} + a = 369$.

31. Determinaţi numerele naturale consecutive $\overline{ab}$ şi $\overline{ac}$ pentru care $\overline{ab} + \overline{ac} = 113$.

32. Determinaţi numerele naturale scrise în baza zece de forma $\overline{ab}$ pentru care:

$$\overline{ab} = 4 \cdot (a + b).$$

33. Aflaţi numărul $\overline{abcd}$ care verifică egalitatea: $\overline{abcd} + \overline{bcd} + \overline{cd} + d = 3\,102$.

PE Aprofundare şi performanţă ***

34. Verificaţi dacă următoarele egalităţi sunt adevărate:

a) $\overline{aa} = 11a$;

b) $\overline{abab} = 101 \cdot \overline{ab}$;

c) $\overline{a00a} = 1\,001 \cdot a$.

35. Aflaţi toate numerele naturale de forma $\overline{ab}$ astfel încât 5 se împarte exact prin numărul $(a + b)$.

36. Aflaţi cifrele a, b, c (în baza 10), ştiind că: $\overline{ab} + \overline{bc} + \overline{ca} = \overline{abc}$.

37. Calculaţi câte numere scrise în baza 10 de forma $\overline{1a7}$ există. Dar de forma $\overline{ab5}$?

38. Mutaţi o singură cifră la locul potrivit pentru a obţine egalitate:

a) VI + IX = XVII;

b) X – VI = VI;

c) CC + IX = CCXI;

d) CXC + I = CCXI;

e) MIX + IX = M;

f) XL – XV = XIV + IX.

39. Scrieţi numerele naturale de forma $\overline{xyz}$ cu x, y, z distincte şi pentru care $x + z = y$, $y \leq 4$.

40. Scrieţi toate numerele naturale de forma $\overline{xyzt}$ pentru care $x + y = z + t = 4$, iar x, y, z, t să fie distincte.

41. Scrieţi toate numerele naturale de forma $\overline{xyzt}$ pentru care $x + y + z = t$, iar x, y, z, t să fie distincte şi nenule, $t < 7$.

42. Scrieţi toate numerele naturale formate din trei cifre identice astfel încât suma cifrelor să fie cuprinsă între 10 şi 25.

43. Determinați toate numerele naturale de forma $\overline{ab57}$ astfel încât $a + b = 11$.

44. Determinați numerele naturale de forma $\overline{24ab}$ astfel încât suma cifrelor să fie 13.

45. Scrieți toate numerele naturale de forma $\overline{abcd}$ cu cifre distincte astfel încât:

$$a + d = b + c = 7.$$

46. Fie șirul de numere naturale 3, 7, 11, … .

a) Completați șirul cu încă 3 termeni.

b) Determinați al 20-lea termen al șirului.

c) Determinați al câtelea termen în șir este 8 051.

47. Calculați câte numere naturale cuprinse între 100 și 190 conțin:

a) cifra 1; b) cifrele 1 și 5; c) două cifre identice.

48. Fie șirul de numere naturale $a_1, a_2, a_3, \ldots, a_n$, unde $a_n = 3 \cdot n - 1$, n număr natural nenul.

a) Scrieți primii 5 termeni ai șirului.

b) Scrieți termenii de pe locurile 17, 1 017 și 2 017.

c) Verificați dacă numerele 98, 299 și 6 035 sunt termeni ai acestui șir.

PE-PP **Supermate** ****

49. Determinați cifra de pe poziția 2 013 a numărului $15255355545555\ldots 2013\underbrace{55\ldots5}_{2013\text{ cifre}}$.

50. Determinați al 11-lea număr din șirul de numere 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, … .

PE-PP

2. Reprezentarea numerelor naturale pe axa numerelor. Compararea și ordonarea numerelor naturale; estimări, aproximări

Axa numerelor este o dreaptă d pe care se fixează un punct O, numit **origine**, un **sens pozitiv** și un segment OI, numit **unitate de măsură** (figura 1). În acest fel fiecărui număr natural îi corespunde pe axă un punct (figura 2):

- lui 0 îi corespunde punctul O;
- lui 1 îi corespunde punctul I;
- lui n îi corespunde punctul P, care se obține măsurând pe axă, de la punctul O și în sens pozitiv, n unități de măsură. Se spune că punctul P are **coordonata** n. (În figura 2, O are coordonata 0, I are coordonata 1, A are coordonata 2, N are coordonata 5 etc.)



Fig. 1

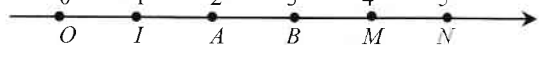


Fig. 2

Observații:

1. Orice număr diferit de 0 se numește **nenul**; dacă a este un număr natural nenul, se scrie $a \neq 0$ și se citește „numărul a este diferit de zero”.
2. Urmărind figura 2, se poate observa că oricare **două puncte consecutive de pe axa numerelor se află la aceeași distanță unul de altul.**
3. Pe axă, numerele mai mari sunt așezate la dreapta numerelor mai mici.

Conform observației 3, axa numerelor ne ajută să **comparăm** și să **ordonăm** numerele naturale.

LIBRIS We know books

A **ordona** numerele naturale înseamnă a le așeza în șir crescător sau descrescător.

Exemplu: În șirul numerelor naturale: 0, 1, 2, 3, …, 19, 20, …, 53, …, numărul 20 este situat înaintea numărului 53. Se spune că 20 este mai mic decât 53 și se scrie $20 < 53$ sau că 53 este mai mare decât 20 și se scrie $53 > 20$.

În compararea numerelor naturale se folosesc următoarele semne: $<$, $=$, $>$, $\leq$, $\geq$.

Pentru oricare două numere naturale a și b, dacă $a < b$ sau $a = b$ se scrie $a \leq b$ și se citește „a este mai mic sau egal cu b”; dacă $a > b$ sau $a = b$ se scrie $a \geq b$ și se citește „a este mai mare sau egal cu b”.

Exemple:

a) Numerele naturale mai mici sau egale cu 5 sunt: 0, 1, 2, 3, 4, 5.

b) Numerele naturale mai mari ca 1 001 și mai mici sau egale cu 1 004 sunt: 1 002, 1 003, 1 004.

c) Numerele naturale de forma $\overline{aaa}$ mai mici decât 500 sunt: 111, 222, 333, 444.

Observații:

1. Dintre două numere naturale care au un număr diferit de cifre, este mai mare numărul care are mai multe cifre (exemplu: $2\,475 > 943$).
2. Dintre două numere naturale care au același număr de cifre, este mai mare numărul care are, pentru același ordin, cifra mai mare, considerat de la stânga la dreapta. (Dacă prima cifră este aceeași, se compară a doua cifră a fiecăruia și așa mai departe, până se ajunge la cifre diferite corespunzătoare aceluiași ordin în fiecare număr; exemplu: $74\,132 < 74\,145$.)

Uneori nu este necesar să se știe exact toate cifrele unui număr, ci numai ordinul său de mărime. Pentru aceasta se înlocuiește numărul cu un alt număr apropiat de el și se spune că s-a folosit **aproximarea** sau **rotunjirea** numărului respectiv. Aproximarea poate fi: **prin lipsă** sau **prin adaos**.

Aproximarea prin lipsă la zeci (sute, mii ș.a.m.d.) este cel mai mare număr natural mai mic sau egal cu numărul respectiv format numai din zeci (sute, mii ș.a.m.d.).

Exemple: 1. Aproximarea prin lipsă până la zeci a numărului 57 873 este 57 870.
2. Aproximarea prin lipsă până la sute a numărului 57 873 este 57 800.
3. Aproximarea prin lipsă până la mii a numărului 57 873 este 57 000.

Aproximarea prin adaos până la zeci (sute, mii ș.a.m.d.) este cel mai mic număr natural mai mare sau egal cu numărul respectiv format numai din zeci (sute, mii ș.a.m.d.).

Exemple: 1. Aproximarea prin adaos până la zeci a numărului 57 873 este 57 880.
2. Aproximarea prin adaos până la sute a numărului 57 873 este 57 900.
3. Aproximarea prin adaos până la mii a numărului 57 873 este 58 000.

Rotunjirea până la zeci (sute, mii ș.a.m.d.) este aproximarea prin lipsă sau prin adaos care este cea mai apropiată de valoarea numărului respectiv.

Exemple: 1. Rotunjirea până la zeci a numărului 57 873 este 57 870.
2. Rotunjirea până la sute a numărului 57 873 este 57 900.
3. Rotunjirea până la mii a numărului 57 873 este 58 000.

Observaţie: Dacă ambele aproximări prin lipsă şi prin adaos sunt la fel de apropiate de valoarea numărului, atunci rotunjirea se consideră aproximarea prin adaos.

Exemple: 1. Rotunjirea până la zeci a numărului 7 865 este 7 870.
2. Rotunjirea până la sute a numărului 89 350 este 89 400.
3. Rotunjirea până la mii a numărului 38 500 este 39 000.

activităţi de învăţare

PE Înţelegere *

1. Ordonaţi crescător numerele: 128, 235, 57, 156, 463, 349.

2. Ordonaţi descrescător numerele: 281, 354, 79, 561, 631, 492.

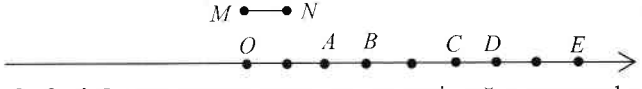
3. Care număr este mai mic din următoarele perechi de numere:
a) 977, 975; b) 5 323, 5 322; c) 50 001, 500 001;
d) 43 575, 43 757; e) 423, 432; f) 10 011, 10 101?

4. a) Scrieţi toate numerele naturale impare mai mici decât 17.
b) Scrieţi toate numerele naturale pare mai mici decât 11.

5. a) Scrieţi cel mai mic număr par de trei cifre diferite.
b) Scrieţi cel mai mare număr par de trei cifre identice.
c) Scrieţi cel mai mic număr impar de patru cifre identice.
d) Scrieţi cel mai mare număr impar de patru cifre diferite.

6. Desenaţi o axă a numerelor şi reprezentaţi pe ea punctele corespunzătoare următoarelor numere naturale: 2; 4; 6; 9; 11.

7. În figura de mai jos avem o axă a numerelor şi punctele din desen corespund unor numere naturale. Aflaţi aceste numere.



8. Numerele 3, 8 şi 5 sunt reprezentate pe aceeaşi axă a numerelor prin punctele A, B, respectiv C. Stabiliţi valoarea de adevăr pentru fiecare din următoarele propoziţii:
p: „C este mai departe de origine ca B.”
q: „C este între A şi B.”
r: „B este între A şi C.”

9. Reprezentaţi pe axa numerelor punctele ale căror coordonate sunt numerele naturale:
a) 2; 4; 5; 7; 10; b) cel mult egale cu 7; c) cuprinse între 3 şi 8.

10. Pentru fiecare dintre numerele: 68 372, 29 570, 37 150, 48 500, 53 285 scrieţi:
a) aproximarea prin lipsă până la zeci; b) aproximarea prin adaos până la sute;
c) rotunjirea până la sute; d) rotunjirea până la mii.

PE Aplicare şi exersare **

11. Rotunjiţi numărul 9 732 815 la:
a) zeci; b) sute; c) mii; d) zeci de mii; e) sute de mii.

12. Scrieţi trei numere naturale cuprinse între 17 235 şi 17 582 care, rotunjite la ordinul sutelor, să fie egale cu:
a) 17 300; b) 17 600; c) 17 500.

13. Ordonaţi crescător numerele naturale a, b, c, d şi e, unde $a < d$, $a > c$, $b > d$ şi $e < c$.

14. Se consideră numerele naturale de forma $2 \cdot n + 1$, unde n este număr natural.

a) Calculaţi numerele pentru n luând valorile 3, 0, 7 şi 4.

b) Ordonaţi descrescător numerele obţinute la punctul a).

15. Alegeţi convenabil unitatea de măsură şi reprezentaţi pe axă numerele: 10, 30, 40, 60.

16. Citiţi numerele date, scrieţi-le cu cifre arabe şi ordonaţi-le crescător: MMC, XVI, XXIX, MCXX, CXXII, CDXL, MML, CDXI.

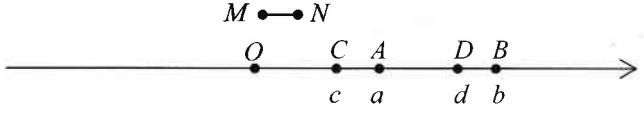
17. Scrieţi cu cifre romane perioada de viaţă a scriitorilor: Mihai Eminescu, Vasile Alecsandri, George Călinescu, Mihail Sadoveanu.

18. Fie numărul 4 715 842.

a) Plasaţi un 6 între cifrele sale, astfel încât numărul obţinut să fie cel mai mic posibil.

b) Ştergeţi o cifră a acestui număr, astfel încât numărul obţinut să fie cel mai mare posibil.

19. În figura de mai jos avem o axă a numerelor, iar punctele A, B, C, D corespund numerelor naturale a, b, c, respectiv d. Ordonaţi crescător numerele a, b, c, d.



20. Punctele A, B, C sunt în această ordine pe axa numerelor şi ele corespund unor numere naturale consecutive. Punctul D este şi el între A şi C şi corespunde unui număr natural. Comparaţi numerele care corespund punctelor B şi D.

21. Punctele A şi D sunt de aceeaşi paritate şi sunt situate între punctele B şi C pe axa numerelor. Distanţa între B şi C este de 3 unităţi. Comparaţi numerele care corespund punctelor A şi D.

22. Punctele A, B, C corespund numerelor naturale a, b, respectiv c. Stabiliţi ordinea punctelor A, B şi C pe axa numerelor, ştiind că a este predecesorul lui b şi este succesorul lui c.

23. Se consideră numerele $\overline{23a35}$ şi $\overline{2b714}$. Înlocuiţi pe a şi b cu cifre, astfel încât:

a) primul număr să fie mai mare decât al doilea;

b) primul număr să fie mai mic decât al doilea.

Calculaţi în fiecare caz câte soluţii are problema.

24. Calculaţi câte numere naturale de forma $\overline{7abc}$ au rotunjirea la sute 7 200.

25. Ordonaţi crescător toate numerele naturale de forma $\overline{abc}$, unde a, b şi c sunt cifre pare consecutive, cu $a < b < c$.

26. Ordonaţi descrescător toate numerele naturale impare de forma $\overline{aaa}$, unde a este cifră.

27. a) Stabiliţi câte numere de forma $3 \cdot n + 1$ sunt pare, unde n este o cifră oarecare.

b) Stabiliţi câte numere de forma $5 \cdot n + 3$ sunt impare, unde n este o cifră oarecare.

28. a) Stabiliţi câte numere de forma $\overline{aa}$ mai mici decât 100 există.

b) Stabiliţi câte numere de forma $\overline{a5a}$ mai mici decât 1 000 există.

29. Ordonaţi descrescător toate numerele naturale de forma $\overline{7a4}$ mai mici decât 780.

30. Scrieţi toate numerele naturale formate din cifre identice a căror sumă să fie 12.